



Name: _____

Abiturprüfung 2018

Mathematik, Grundkurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung:

In einem Entwicklungslabor wird der Ladevorgang bei Akkus an verschiedenen Ladegeräten getestet. Der zeitliche Verlauf der Ladung bei Verwendung eines bestimmten Ladegerätes wird durch die Funktion Q mit $Q(t) = 1000(1 - e^{-0,4t})$ modelliert und ist in *Abbildung 1* dargestellt.

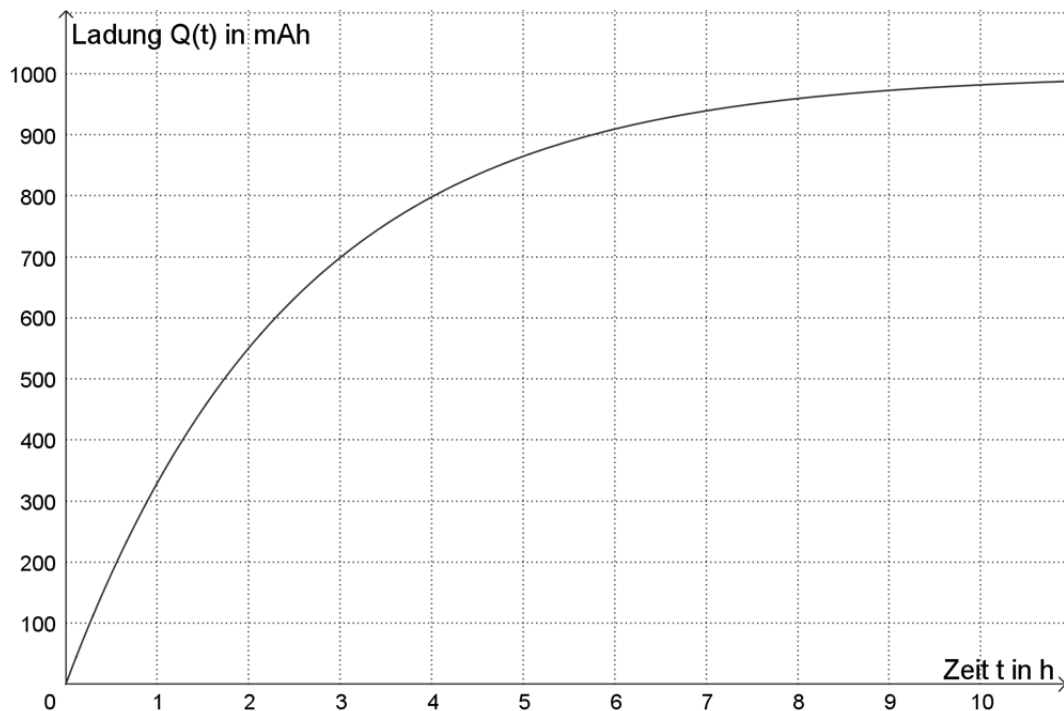


Abbildung 1

Dabei gibt t die seit Beginn des Ladevorgangs vergangene Zeit in Stunden und $Q(t)$ die Ladung des Akkus zum Zeitpunkt t (Einheit: mAh) an. Der Ladevorgang beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$ und es gilt $Q(0) = 0$, d. h., in der Modellierung wird vereinfachend davon ausgegangen, dass die Ladung des Akkus zu Beginn immer den Wert 0 hat.



Name: _____

- a) (1) Der Verlauf des Graphen legt die Vermutung nahe, dass sich die Funktion Q für große Werte von t dem Wert 1000 annähert und ihn nicht überschreitet.

Entscheiden Sie begründet, ob diese Vermutung wahr ist.

Die maximale Ladung, die ein Akku unter idealen Bedingungen aufnehmen kann, wird Kapazität genannt. In diesem Falle hat der Akku eine Kapazität von 1000 mAh. Eine Balkenanzeige am Ladegerät signalisiert während des Ladevorgangs den momentanen Ladezustand des Akkus mit folgenden Symbolen:

- kein Balken: Die Ladung beträgt weniger als 30 % der Kapazität.
ein Balken: Die Ladung beträgt mindestens 30 % und unter 60 % der Kapazität.
zwei Balken: Die Ladung beträgt mindestens 60 % und unter 90 % der Kapazität.
drei Balken: Die Ladung beträgt mindestens 90 % der Kapazität.

- (2) *Bestimmen Sie, wie viele Minuten es ab dem Start des Ladevorgangs dauert, bis die Balkenanzeige den ersten Balken anzeigt. Begründen Sie anschaulich, ggf. mit Abbildung 1, dass die Zeitdauer bis zum Erscheinen eines weiteren Balkens von Balken zu Balken immer größer wird.*

(3 + 5 Punkte)

Die momentane Änderungsrate der Ladung Q wird Ladestrom I genannt (Einheit: mA). Der Ladestrom wird zur Kontrolle des Ladungsvorgangs benutzt. In diesem Falle lautet also die Funktionsgleichung für den Ladestrom: $I(t) = Q'(t) = 400e^{-0,4t}$.

- b) (1) *Begründen Sie, dass der Ladestrom I zum Startzeitpunkt des Ladevorgangs am größten ist.*

- (2) Um den Akku zu schonen, soll der Ladestrom während des Ladevorgangs den Wert 500 nicht überschreiten.

Entscheiden Sie begründet, ob diese Bedingung beim vorliegenden Ladevorgang eingehalten wird.

- (3) Der Ladevorgang wird abgeschaltet, wenn der Ladestrom I den Wert 10 erreicht. *Bestimmen Sie die Dauer des Ladevorgangs in Stunden und Minuten, wenn der Ladevorgang nach dieser Bedingung abgeschaltet wird. Bestimmen Sie die Anzahl der Balken, die die Balkenanzeige dann anzeigt.*

(3 + 3 + 6 Punkte)



Name: _____

Im Folgenden wird der Ladevorgang für einen Akku der Kapazität 1000 mAh an verschiedenen Ladegeräten verglichen. Der zeitliche Verlauf des Ladevorgangs für verschiedene Ladegeräte wird durch Funktionen Q_k mit $Q_k(t) = 1000(1 - e^{-kt})$, $k \in \mathbb{R}, k > 0$, modelliert und ist für $k = 0,2$; $k = 0,4$; $k = 0,6$ und $k = 0,95$ in *Abbildung 2* dargestellt.

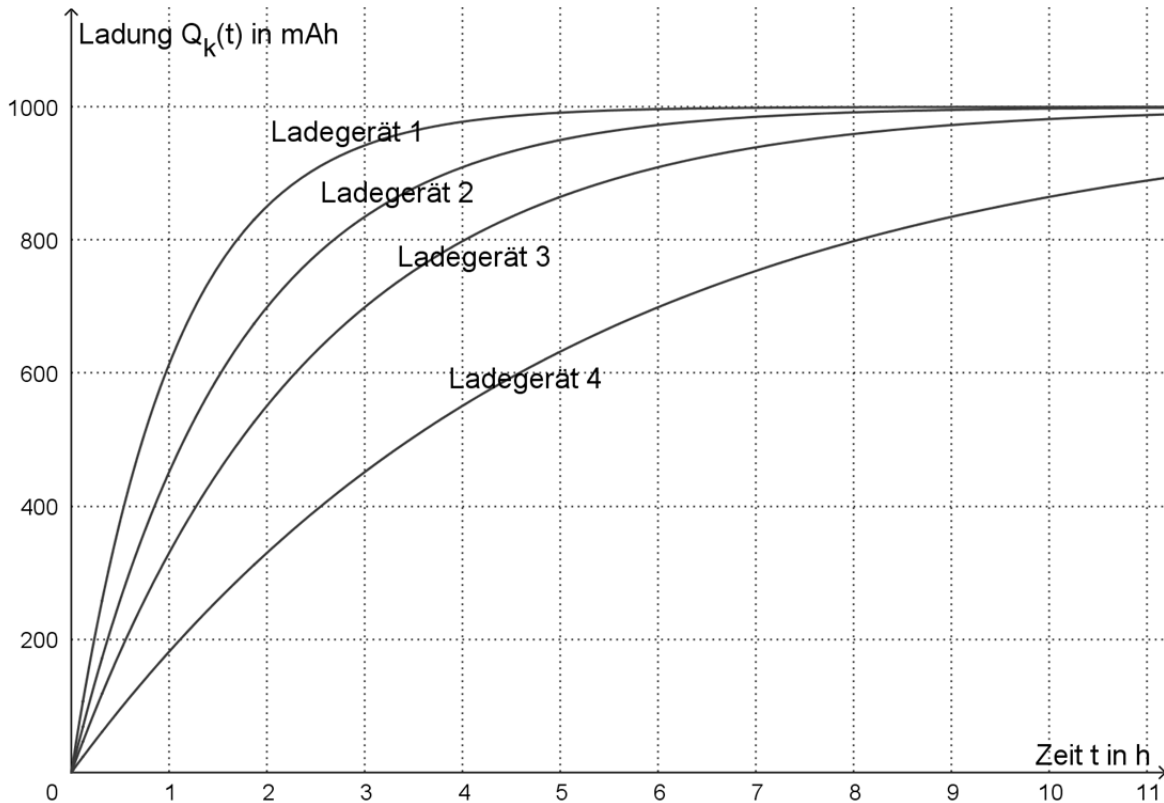


Abbildung 2

c) (1) Beschreiben Sie die Bedeutung größer werdender Werte für den Parameter k im Sachzusammenhang.

(2) Geben Sie an, welcher Graph in *Abbildung 2* zu welchem Parameter gehört.

(2 + 2 Punkte)



Name: _____

Ein Akku der Kapazität 1000 mAh wird durch ein defektes Ladegerät fälschlicherweise mit einem Ladestrom geladen, der durch die Funktionsvorschrift $I_d(t) = (100t + 50)e^{-0,4t+0,1}$ modelliert wird. Nach 12 Stunden wird der Ladevorgang an diesem Ladegerät abgebrochen.

d) (1) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion I_d genau ein lokales Maximum besitzt.

[Kontrolllösung: $I_d'(t) = (-40t + 80)e^{-0,4t+0,1}$]

(2) Begründen Sie, dass während des Ladevorgangs der Ladestrom I_d den Wert 150 nie überschreitet.

Die Funktion Q_d beschreibt die Ladung des Akkus beim Ladevorgang an dem defekten Ladegerät.

(3) Begründen Sie, dass die Funktion Q_d für $t > 0$ monoton steigt.

(4) Bestimmen Sie die Ladung des Akkus an diesem Ladegerät, wenn der Ladevorgang nach 12 Stunden abgebrochen wird.

(7 + 3 + 2 + 4 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- GTR (Graphikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung